

**Контрольная работа N 3**  
**Уравнения математической физики.**

Ф.И.О. \_\_\_\_\_ Группа \_\_\_\_\_

1. Дать определение Банахова и Гильбертова пространства. Дать определения функциональных пространств  $C^k_0(\Omega)$ ,  $L_p(\Omega)$ ,  $L_{2,loc}(\Omega)$ ,  $H^1(\Omega)$ . Указать, какие из них являются Банаховыми, Гильбертовыми и привести скалярные произведения и нормы в этих пространствах. (5 баллов)
2. Дать определение обобщенной производной и вычислить на отрезке  $[-2, 2]$  о.п. первого порядка (если возможно, если нет, доказать, что не существует) функций  $f_1(x) = (x+1)|x-1|$ ,  $f_2(x) = x|3 - \sin x|$  (2 балла определение + 5 баллов за решение)
3. Дать определение следа функции из  $H^1(\Omega)$ . Найти след функции  $f|_{x=0}$  (2 балла определение + 4 балла решение):

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x \text{ иррационально,} \\ 3, & \text{если } x \text{ рационально} \end{cases}$$

4. Сформулировать постановку 2-й краевой задачи для уравнения теплопроводности в стержне. Что называют условиями согласования входных данных ? (2б)