Темы курсовых работ для студентов 2 курса.

И.В.Степанова. 2012-2013 учебный год

- Найти точное решение краевой задачи, не используя функцию Грина.

$$y^{IV} + ay = f(x),\ y(-1) = y(1) = y'(-1) = y'(1) = 0,$$

здесь $y = y(x),\ f = f(x),\ a-$ const.

Коллатц Л. Задачи на собственные значения. М.: Физматгиз, 1968.

- Найти точное решение краевой задачи, используя функцию Грина.

$$y^{IV} + ay = f(x),\ y(-1) = y(1) = y'(-1) = y'(1) = 0,$$

здесь $y = y(x),\ f = f(x),\ a-$ const.

Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.

- Найти производные от полных эллиптических интегралов

$$E(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}\ d\varphi,\ F(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}},\ 0 < k < 1.$$

Выразить их через функции $E(k),\ F(k)$, а также показать, что функция $E(k)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$E'' + \frac{1}{k}E' + \frac{E}{1 - k^2} = 0.$$

Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. М.: Наука, 1970.

- Доказать формулы Эйлера

$$\int\limits_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-\lambda t \cos\alpha} \cos(\lambda t \sin\alpha) dt = \frac{\Gamma(x)}{\lambda^x} \cos(\alpha x),$$

$$\int\limits_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-\lambda t \cos\alpha} \sin(\lambda t \sin\alpha) dt = \frac{\Gamma(x)}{\lambda^x} \sin(\alpha x),$$

$\lambda > 0,\ x > 0,\ -\pi/2 < \alpha < \pi/2.$
Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, Т.2. М.: Дрофа, 2004.

- Пусть

$$A = \lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y),\ B = \lim_{x\to x_0}\lim_{y\to y_0} f(x,y),\ C = \lim_{y\to y_0}\lim_{x\to x_0} f(x,y).$$

Доказать, что для функции

$$f_1(x,y) = \begin{cases} x \sin\frac{1}{y} + y \sin\frac{1}{x},\ xy \neq 0 \\ 0,\ xy = 0 \end{cases}$$

при $x_0 = 0,\ y_0 = 0$ существует только предел A; для функции

$$f_2(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} + y\sin\frac{1}{x},\ x \neq 0 \\ 0,\ x = 0 \end{cases}$$

при $x_0 = 0,\ y_0 = 0$ существует только предел B; для функции

$$f_3(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} + x\sin\frac{1}{y},\ y \neq 0 \\ 0,\ y = 0 \end{cases}$$

при $x_0 = 0,\ y_0 = 0$ существует только предел C.

Гелбаум Б., Олмстед Д. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

Вопросы можно задать лично (найти меня по расписанию) или по электронной почте stepiv82@yandex.ru. Работу сдать до 20 мая 2013 года.