

Темы курсовых работ для студентов II курса

Шанько Ю.В. (shy70@mail.ru)

1. Решить уравнение

$$y^2 y''' - 2y y' y'' + y'^3 - 4ky' = 0,$$

где k — некоторая константа. *Указание:* исключить k .

2. Доказать, что асимптотическая устойчивость тривиального решения $x \equiv 0$ однородной системы уравнений $\dot{x} = F(t)x$ эквивалентна стремлению к нулю при $t \rightarrow +\infty$ любого решения этой системы.

3. Множество точек, принадлежащих отрезку $[0, 1]$, обладает следующим свойством: каждый ряд, составленный из различных его элементов, сходится. Доказать, что это множество не более чем счетно.

4. Для задачи Коши

$$y' = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0$$

найти такую прямоугольную область G , чтобы локальная теорема Коши-Пикара давала бы для этой области наибольший отрезок гарантированного существования решения.

5. Найти положения равновесия уравнения $\ddot{x} + x^{13} \sin x = 0$ и определить, являются ли они устойчивыми.

6. Про функцию $f(x)$ известно, что для любых $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ справедливо неравенство

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq (x_1 + x_2)^2 |x_1 - x_2|.$$

Доказать, что $f(x) \equiv \text{const}$.