

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2009 год.
Вариант №1**

Фамилия

группа

| 1a | 1b | 1c | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|----|----|----|---|---|---|---|----------|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

1. Дайте следующие определения:

- (a) Двусторонней поверхности.
- (b) Поверхностного интеграла второго рода.
- (c) Дать определение соленоидального векторного поля и сформулировать критерий соленоидальности векторного поля.

2. Дать определение дивергенции и доказать, что

$$\operatorname{div} [a, b] = (b, \operatorname{rot} a) - (a, \operatorname{rot} b),$$

где a, b – некоторые векторные поля.

3. Используя формулу Стокса вычислить интеграл

$$\int_L x dz + (x + z) dx + (x - y) dy,$$

где L - эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = c$, ориентированная отрицательно относительно вектора $(0, 0, 1)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\int \int_S yz^2 dx dz,$$

где S - внутренняя сторона части цилиндрической поверхности $x^2 + y^2 = r^2, y \leq 0, 0 \leq z \leq r$.

5. Сформулировать и доказать теорему существования поверхностного интеграла первого рода (формула, связывающая поверхностный интеграл первого рода с двойным интегралом).
