

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Третий семестр, 2010 год.
Вариант №1**

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
4	12	10	4	30

1. Дайте следующие определения:

- (а) Функция $f(x)$ дифференцируемая в точке $x_0 \in \mathbb{R}^n$.
- (б) Градиент функции $f(x)$ в \mathbb{R}^n .

2. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функцию:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 - x^3}{x^2 + 2y^2}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производную функции

$$u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

в точке $(x_0, y_0, z_0) \neq (0, 0, 0)$ по направлению вектора $(1, 2, 3)$.

4. Сформулировать теорему о существовании и единственности неявной функции.
