

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Третий семестр, 2008 год.
Вариант №1**

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
4	6	8	4	9	31

1. Дайте следующие определения:

- (a) Открытое множество в R^n , внутренняя точка.
- (b) Компакт в R^n .
- (c) Функция $f(x)$ дифференцируемая в точке $x_0 \in R^n$.
- (d) Градиент функции $f(x)$ в R^n .

2. Пусть задана функция $f(u, v)$. Найти частные производные первого и второго порядка функции:

$$u(x, y) = f\left(x + y, \frac{xy}{z}\right),$$

3. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функцию:

$$f(x, z) = \begin{cases} \frac{y^3 - x^3}{x^2 + 2y^2}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

4. Найти производную функции

$$u = \frac{1}{r}, \text{ где } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

в точке $(x_0, y_0, z_0) \neq (0, 0, 0)$ по направлению вектора $(1, 2, 3)$.

5. Сформулировать и доказать теорему о существовании и единственности неявной функции.
