

Экзаменационный билет. Математический анализ. Зимняя сессия, 2009 год.  
Вторая передача.

Фамилия

группа

1. Дайте следующие определения:

- (a) Повторного интеграла.
- (b) Дифференцируемой функции многих переменных. Дифференциала функции.
- (c) Области.
- (d)  $\beta$  функции.

2. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке  $(0, 0)$  функцию:

$$f(x, z) = \begin{cases} e^{-1/(x^2+y^2)}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти градиент функции  $f$  в точке  $M$

$$f = \operatorname{arctg}\left(\frac{xy}{z^2}\right), M(0, 1, 2)$$

4. Найти условный экстремум функции  $f(x, y) = 5 - 3x - 4y$  относительно уравнения связи  $x^2 + y^2 = 25$ .

5. Найти в точке  $(0; 1)$  частные производные функции  $u(x, y)$ , заданной неявно уравнением  $u^4 + 3xyu + x = 0$ .

6. Используя преобразование Фурье, доказать равенство (интеграл Лапласа )

$$\int_0^{+\infty} \frac{y \sin xy}{a^2 + y^2} dy = \frac{\pi}{2} e^{-ax}, \quad x > 0.$$

---