

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Зимняя сессия, 2009 год.
Вторая передача.**

Фамилия

группа

1. Дайте следующие определения:

- (a) Повторного интеграла.
- (b) Дифференцируемой функции многих переменных. Дифференциала функции.
- (c) Области.
- (d) β функции.

2. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функцию:

$$f(x, z) = \begin{cases} e^{-1/(x^2+y^2)}, & \text{если } x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти градиент функции f в точке M

$$f = \operatorname{arctg}\left(\frac{xy}{z^2}\right), M(0, 1, 2)$$

4. Найти условный экстремум функции $f(x, y) = 5 - 3x - 4y$ относительно уравнения связи $x^2 + y^2 = 25$.

5. Найти в точке $(0; 1)$ частные производные функции $u(x, y)$, заданной неявно уравнением $u^4 + 3xyu + x = 0$.

6. Используя преобразование Фурье, доказать равенство (интеграл Лапласа)

$$\int_0^{+\infty} \frac{y \sin xy}{a^2 + y^2} dy = \frac{\pi}{2} e^{-ax}, \quad x > 0.$$
