Экзаменационный билет. Математический анализ. Зимняя сессия, 2009 год. Первая пересдача.

Фамилия группа

1a	1b	1c	1d	1e	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$

1. Дайте следующие определения:

   (a) Число A является пределом функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ многих переменных в точке $(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0)$.

   (b) Дифференцируемой функции многих переменных. Дифференциала функции.

   (c) Компактного множества.

   (d) Критической (стационарной) точки.

   (e) Кратного интеграла Римана функции многих переменных.

2. Найти частные производные и исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$ функцию:

$$f(x,z) = \begin{cases} \frac{-2y^5 - x^5}{x^4+y^4}, & \text{если } x^2+y^2 \neq 0, \\ 0, & \text{если } x^2+y^2 = 0. \end{cases}$$

3. Найти производную функции

$$u = \frac{1}{r}, \text{ где } r = \sqrt{2x^2+y^2+2z^2},$$

   в точке $(x_0, y_0, z_0) \neq (0,0,0)$ по направлению вектора $(1,2,3)$.

4. Найти условный экстремум функции $f(x,y) = 5 - 3x - 4y$ относительно уравнения связи $x^2 + y^2 = 25$.

5. Найти в точке $(0;1)$ частные производные функции $u(x,y)$, заданной неявно уравнением $u^3 + 3xyu + x = 0$.

6. Дайте определение Гамма-функции и докажите свойство $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$, $p > 1$.

7. Вычислить тройной интеграл $\int\int\limits_G\int x+z+1\,dxdydz$, где область G ограничена поверхностями $x^2+y^2 = 1$, $z = 0$, $z - x - y = 4$.

8. Сформулировать и доказать теорему о разложении функции многих переменных в ряд Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.