**РАБОЧАЯ программа дисциплины**

Математический анализ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. **Содержание дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| №  п/п | Разделы дисциплины |
| 1 | Введение в анализ |
| 2 | Дифференциальное исчисление функций одного переменного |
| 3 | Определенный интеграл Римана |
| 4 | Числовые и функциональные ряды |
| 5 | Дифференциальное исчисление функций многих переменных |
| 6 | Кратный интеграл Римана |
| 7 | Интегралы, зависящие от параметра |

1. **Содержание разделов и тем лекционного курса**

**Первый семестр. Раздел 1. Введение в анализ.**

1. Элементы теории множеств.

2. Натуральные числа, индукция, бином Ньютона.

3. Аксиоматика множества вещественных чисел.

4. Ограниченные множества. Теорема о верхней грани. Принцип Архимеда.

5. Три принципа математического анализа: принцип Кантора о вложенных отрезках, принцип Больцано-Вейерштрасса, принцип Бореля-Лебега о покрытии.

6. Понятие функции. График функции. Обзор элементарных функций.

7. Последовательности. Предел последовательности и его свойства.

8. Теоремы о существовании предела последовательности: критерий Коши, теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной последовательности.

9. Подпоследовательности. Частичный предел последовательности. Верхний и нижний пределы.

10. Предел функции. Теоремы о пределе функции.

12. Непрерывность функции. Локальные свойства непрерывных функций.

13. Точки разрыва. Разрывы монотонной функции.

14. Глобальные свойства непрерывных функций: теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях, заданных на отрезке, теорема Больцано-Коши о промежуточном значении. Равномерная непрерывность.

15. Асимптотическое поведение функций. О-символика.

**Первый семестр. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одного переменного.**

16. Производная и дифференцируемость функции.

17. Касательная. Геометрический смысл производной.

18. Производные суммы, произведения и частного двух функций.

19. Производные сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.

20. Производные и дифференциалы высших порядков.

21. Теорема Ферма. Теорема Ролля.

22. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.

23. Правило Лопиталя.

24. Формула Тейлора.

25. Формулы Тейлора для элементарных функций.

26. Условия монотонности функций.

27. Достаточные условия экстремума функции.

28. Условия выпуклости функции.

29. Асимптоты. Исследование и построение графика функции.

30. Неопределенный интеграл и его свойства. Основные методы интегрирования.

31. Интегрирование рациональных функций.

32. Интегрирование иррациональных функций.

33. Интегрирование тригонометрических функций.

34. Интегрирование трансцендентных функций.

**Первый/Второй семестр. Раздел 3. Определенный интеграл Римана.**

35. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости.

36. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости.

37. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.

38. Свойства определенного интеграла.

39. Первая и вторая теоремы о среднем.

40. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Методы интегрирования.

41. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильтьеса

42. Несобственный интеграл и его свойства.

43. Признаки сходимости несобственного интеграла.

44. Площадь плоской фигуры. Мера Жордана.

45. Спрямляемые и гладкие кривые. Длина кривой.

46. Объем тела и его вычисление.

47. Площадь поверхности вращения.

48. Статические моменты, моменты инерции.

**Второй семестр. Раздел 4. Числовые и функциональные ряды.**

49. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда.

50. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости.

51. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.

52. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши, интегральный признак Коши).

53. Абсолютная сходимость ряда. Признаки абсолютной сходимости.

54. Условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.

55. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.

56. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости.

57. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.

58. Предельный переход под знаком функциональной последовательности.

59. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы ряда.

60. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.

61. Свойства суммы степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Вторая теорема Абеля.

62. Аналитические функции. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.

63. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.

64. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье.

65. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.

66. Тригонометрическая система функций. Ядра Дирихле и Фейера.

67. Теорема локализации. Сходимость рядов Фурье для гладких функций.

68. Полнота и замкнутость систем функций.

**Второй/Третий семестр. Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.**

69. Топология евклидового пространства.

70. Предел функций многих переменных.

71. Непрерывность функций многих переменных.

72. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.

73. Частные производные и дифференциал.

74. Производная по направлению. Градиент.

75. Теоремы о среднем.

76. Производные и дифференциалы высших порядков.

77. Формула Тейлора.

78. Экстремумы функций многих переменных.

79. Теорема о неявной функции.

80. Теорема о системе неявных функций.

81. Теорема об обратном отображении.

82. Замена переменных.

83. Зависимость функций.

84. Поверхности и кривые.

85. Условный экстремум.

**Третий семестр. Раздел 6. Кратный интеграл Римана.**

86. Мера Жордана.

87. Классы измеримых по Жордану множеств.

88. Кратный интеграл Римана.

89. Верхние и нижние суммы Дарбу.

90. Критерии интегрируемости.

91. Классы интегрируемых функций.

92 Свойства кратного интеграла.

93. Теорема Фубини на плоскости.

94. Теорема Фубини в многомерном пространстве.

95. Замена переменных в кратном интеграле.

96. Системы координат в двумерном и трехмерном пространствах.

97. Несобственный кратный интеграл.

98. Признаки сходимости несобственного интеграла.

99. Площадь поверхности в трехмерном и ее вычисление.

100. Площадь поверхности в многомерном и ее вычисление.

101.-102. Приложения кратных интегралов в механике и физике.

**Третий семестр. Раздел 7. Интегралы, зависящие от параметра.**

103. Собственные интегралы, зависящие от параметра.

104. Свойства собственных интегралов от параметра.

105. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру.

106. Непрерывность и интегрируемость несобственного интеграла от параметра.

107. Дифференцируемость несобственного интеграла от параметра.

108. Вычисление классических несобственных интегралов (Пуассона, Дирихле, Фруллани и др.).

109. Интеграл Фурье.

110. Преобразование Фурье.

111. Г функция Эйлера.

112. В функция Эйлера.

1. **Практические (семинарские) занятия**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  п/п | № раздела  дисциплины | Темы занятий,  трудоемкость |
| 1 | Раздел 1 | 1. Полная математическая индукция. Бином Ньютона. Неравенства.  2. Вещественные числа.  3. Функции. Графики элементарных функций.  4. Предел числовой последовательности.  5. Существование предела последовательности. Частичный предел.  6 . Предел функции.  7. Непрерывность.  8. Точки разрыва. Равномерная непрерывность.  9 . Контрольная работа. |
| 2 | Раздел 2 | 10. Производные и дифференциал.  11. Правила дифференцирования. Геометрический смысл производной.  12. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о среднем.  13. Формула Тейлора.  14. Правило Лопиталя. Монотонность функции.  15. Выпуклость и вогнутость. Задачи на экстремум.  16. Построение графиков функций.  17. Неопределенный интеграл.  18. Контрольная работа. |
| 3 | Раздел 3 | 19-20. Определенный интеграл.  21. Несобственный интеграл.  22. Нахождение длины кривой.  23. Вычисление площадей.  24. Вычисление объемов.  25. Вычисление площади поверхности.  26. Механические приложения.  27. Контрольная работа. |
| 4 | Раздел 4 | 28. Числовые ряды.  29. Исследование на абсолютную и условную сходимость.  30. Равномерная сходимость.  31. Использование равномерной сходимости.  32-33. Степенные ряды.  34. Ряды Фурье.  35. Контрольная работа. |
| 5 | Раздел 5 | 36. Предел функций многих переменных.  37. Непрерывность функций многих переменных.  38. Частные производные. Дифференциал.  39. Производная по направлению. Градиент. Геометрические приложения.  40. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.  41. Экстремумы.  42. Неявные функции.  43. Замена переменной.  44. Условный экстремум.  45. Контрольная работа. |
| 6 | Раздел 6 | 46. Двойной интеграл.  47. Вычисление площадей. Вычисление объемов.  48. Площадь поверхности. Приложения к механике.  49. Тройной интеграл.  50. Вычисление объемов.  51. Кратный интеграл.  52. Несобственный кратный интеграл.  53. Контрольная работа. |
| 7 | Раздел 7 | 54. Собственные интегралы от параметра.  55. Равномерная сходимость интеграла.  56. Несобственные интегралы от параметра.  57. Вычисление несобственных интегралов.  58. Интегралы Эйлера.  59. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.  60. Контрольная работа. |

В качестве задачников используются следующие учебно-методические пособия:

1. Задачи по математическому анализу. Введение в анализ. Методическая разработка №1 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, А.М. Кытманов, Н.Н. Лазарева, И.В. Осокина, 2004, 119 с.

2. Задачи по математическому анализу. Предел и непрерывность. Методическая разработка №2 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, , Н.Н. Лазарева, И.В. Осокина, Е.Г.Саватеев , 2003, 154 с.

3. Задачи по математическому анализу. Производная и дифференциал. Методическая разработка №3 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, Н.Н. Лазарева, И.В. Осокина, Е.Г.Саватеев , 2005, 63с.

4. Задачи по математическому анализу. Применение производных к исследованию функций. Методическая разработка №4 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, А.М. Кытманов, Н.Н. Лазарева, И.В. Осокина, 2002, 138 с.

5. Задачи по математическому анализу. Второй семестр. Ч. 1. Методическая разработка №5 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, Н.Н. Лазарева, О.Н.Черепанова, Т.Н.Шипина, 2008, 150 с.

6. Задачи по математическому анализу. Второй семестр. Ч. 2. Методическая разработка №6 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, Н.Н. Лазарева, О.Н.Черепанова, Т.Н.Шипина, 2008, 160 с.

7. Задачи по математическому анализу. Второй семестр. Ч. 2. Методическая разработка №7 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, Н.Н. Лазарева, О.Н.Черепанова, Т.Н.Шипина, 2007, 120 с.

8. Задачи по математическому анализу. Второй семестр. Ч. 2. Методическая разработка №8 /Краснояр. гос. ун-т, В.К. Дуракова, Н.Н. Лазарева, О.Н.Черепанова, Т.Н.Шипина, 2007, 170 с.

1. **Учебно-методические материалы по дисциплине**

**Основная литература**

1. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1,2. М.: МЦМО, 2007.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 1,2.

М.: Физматлит, 2005.

3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1,2,3.

М.: Дрофа, 2003-2006.

4. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2. М.: Наука, 1970.

5. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1985.

6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т.1,2,3. М., Дрофа, 2004.

7. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.

8. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.

9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.

10. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных - М., Физматлит, 2003.

11. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. М., Наука, 1994.

**Дополнительная литература**

1. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Физматлит, 2002.

2. Грауэрт Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Мир, 1971.

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: МГУ, 1997.

4. Кытманов А.М., Лукин В.М. Математика. Учебное пособие. Ч. 1, 2. Красноярск: КрасГУ. 2006.

5. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.

6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3. М.: Физматлит, 2001.

7. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.

8. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1998.

9. Шварц Л. Анализ. М.: Мир. Т. 1,2. 1980.