

Всюду ниже  $\Omega$  — ограниченная область с кусочно-гладкой границей,  $f(x) \in L_2(\Omega)$

1. Поставить первую краевую задачу для волнового уравнения в одномерном случае, выписать условия согласования нулевого порядка на входные данные. (3 балла).

2. Дать определение обобщенного решения задачи

$$-9\Delta u + 3u = \cos^2(|x|), \quad x \in \Omega, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} + 2u \right|_{\partial\Omega} = 1.$$

Доказать существование и единственность обобщенного решения задачи. (7 баллов).

3. Дать определение квадратичного функционала и записать необходимое условие, что функция  $u$  — есть элемент, реализующий минимум функционала

$$F(v) = \frac{1}{4} \int_0^1 v'^2 dx + \frac{v^2(0)}{4} - \int_0^1 v dx,$$

в классе функций  $H = \{v \in C^2[0, 1], v(1) = 0\}$ . (5 баллов).

4. Дать определение Банахова и Гильбертова пространства. Дать определения функциональных пространств  $C^k(\bar{\Omega})$ ,  $L_p(\Omega)$ ,  $L_{2,loc}(\Omega)$ ,  $H^1_0(\Omega)$ . Указать, какие из них являются Банаховыми, Гильбертовыми и привести скалярные произведения и нормы в этих пространствах. (5 балла).

---