

## Контрольная работа №4

Фамилия

группа

1	2	3	4	$\Sigma$
3	7	4	6	20

Всюду ниже  $\Omega$  — ограниченная область с кусочно-гладкой границей,  $f(x) \in L_2(\Omega)$

1. Поставить вторую краевую задачу для уравнения теплопроводности в одномерном случае.

2. Доказать существование и единственность обобщенного решения задачи

$$-4\Delta u + u = \cos^2(|x|), \quad x \in \Omega, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = \sin(|x|).$$

3. Дать определение квадратичного функционала и доказать его ограниченность снизу.

4. Доказать, что функция, реализующая минимум функционала

$$F(v) = \int_0^1 (v'^2 + v^2) dx + 2 \int_0^1 xv dx,$$

есть обобщенное решение задачи  $-u_{xx} + u = x$ ,  $u(0) = u(1) = 0$ , в классе  $H^1(0, 1)$