

1. Дать определение Банахова и Гильбертова пространства. Дать определения функциональных пространств $C^k(\bar{\Omega})$, $L_p(\Omega)$, $L_{2,loc}(\Omega)$, $H^1_0(\Omega)$. Указать, какие из них являются Банаховыми, Гильбертовыми и привести скалярные произведения и нормы в этих пространствах. (7 баллов)

2. Дать определение обобщенной производной и вычислить на отрезке $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ о.п. первого порядка (если возможно, если нет, доказать, что не существует) функций $f_1(x) = (x+1)|\sin x|$, $f_2(x) = (x+1)|\cos x|$ (7 балла)

3. Найти след функции $f|_{x=0}$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \text{ иррационально,} \\ 0, & \text{если } x = 0, \\ x^3, & \text{если } x \text{ рационально и отлично от нуля} \end{cases}$$

(7 балла)
