

Контрольная работа
Уравнения математической физики.

1. Решить задачу Коши: (6б)

$$u_t = u_{xx} + e^{-2t} \sin x + t; \quad u(0, x) = \sin x.$$

2. Доказать единственность классического решения, имеющего ограниченную производную u_x в области $\bar{Q} = [0, T] \times [0, L]$, первой краевой задачи: (4б)

$$u_t = a^2 u_{xx} + u_x^2 + f(t, x); \quad u(0, x) = u_0(x); \quad u(t, 0) = u(t, L) = 0;$$

3. В области $\bar{Q} = \{(t, x) | 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi\}$ оценить классическое решение задачи (5б)

$$u_t + x^2 u = u_{xx} + (\sin t) u_x,$$

$$u(0, x) = \sin^2 x, \quad u(t, \frac{\pi}{2}) = t^3, \quad u(t, \pi) = \sin t$$

4. Сформулировать задачу Штурма-Лиувилля для краевой задачи: (3б)

$$u_{tt} = 2u_{xx} + \cos \frac{x}{2}; \quad u(0, x) = u_t(0, x) = 0, \quad u(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0, \quad x \in [0, \pi], \quad t \in [0, T]$$

5. Сформулировать постановку следующих задач: (2б)

(а) Задачу Коши для уравнения теплопроводности. (1б)

(б) 2-ю краевую задачу для уравнения колебания струны. (1б)