

Контрольная работа №2

1. Решить краевую задачу: (6б)

$$u_t = 2u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, \quad t \in [0, T],$$

$$u(t, 0) = u(t, \pi), \quad u(0, x) = \sin 2x + \sin 5x.$$

2. Сформулировать задачу Штурма-Лиувилля для краевой задачи: (3б)

$$u_{tt} = 2u_{xx} - 7u + \cos \frac{x}{2}; \quad u(0, x) = u_t(0, x) = 0, \quad u(t, 0) = u_x(t, \pi) = 0, \quad x \in [0, \pi], \quad t \in [0, T]$$

3. Доказать единственность классического решения задачи Коши: (4б)

$$u_t = a^2 u_{xx} + u^2 + f(t, x); \quad u(0, x) = u_0(x);$$

4. В области $\bar{Q} = \{(t, x) | 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi\}$ оценить классическое решение задачи (4б)

$$u_t + x^2 u = u_{xx} + (\sin t) u_x,$$

$$u(0, x) = \sin^2 x, \quad u(t, \frac{\pi}{2}) = t^3, \quad u(t, \pi) = \sin t$$

5. Сформулировать постановку следующих задач: (1+1+1=3б)

(a) Задачу Коши для уравнения теплопроводности. (1б)

(b) 2-ю краевую задачу для двумерного (t, x, z) волнового уравнения. (1б)

(c) 1-ю краевую задачу для одномерного эллиптического уравнения. (1б)