

Контрольная работа №2

1. Решить краевую задачу: (5б)

$$u_t = a^2 u_{xx} - \beta u + \sin \frac{\pi x}{L}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0, \quad \beta = \text{const},$$

$$u(t, 0) = u(t, L) = u(0, x) = 0.$$

2. Решить Задачу Коши: (4б)

$$u_t = u_{xx} + e^{-t} \cos x; \quad u(0, x) = \cos x. \quad (4б)$$

3. Доказать единственность классического решения задачи Коши: (4б)

$$u_t = a^2 u_{xx} + u^2 u_x + f(t, x); \quad u(0, x) = u_0(x);$$

4. В области $\bar{Q} = \{(t, x) | 0 \leq \frac{\pi}{2} \leq T, 0 \leq x \leq \pi\}$ оценить классическое решение задачи (4б)

$$u_t + x^2 u = u_{xx} + (\sin t) u_x,$$

$$u(0, x) = \sin^2 x, \quad u(t, 0) = t^3, \quad u(t, \pi) = \sin t$$

5. Сформулировать постановку следующих задач: (1+1+1=3б)

(a) Задачу Коши для уравнения колебания струны. (1б)

(b) 1-ю краевую задачу для двумерного (t, x, z) уравнения теплопроводности. (1б)

(c) 2-ю краевую задачу для одномерного эллиптического уравнения. (1б)
