

### Контрольная работа №1

1. Привести к каноническому виду и найти общее решение ( $3б+2б=5б$ ):

$$u_{xx} - a^2 u_{yy} = 0, \quad (x, y) \in (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty).$$

2. Определить на плоскости  $(x, y)$  тип уравнения  $x^2 u_{xx} + (x+y)^2 u_{yy} + \sin(x) u_x = e^{x+y}$ .

3. Сформулировать постановку следующих задач: ( $1б+1б+1б+1б=4б$ )

- (a) Задачу Коши для уравнения колебания мембраны. (1б)
- (b) 2-ю краевую задачу для уравнения теплопроводности в стержне. (1б)
- (c) 1-ю краевую задачу для уравнения Лапласа. (1б)

4. Решить задачу Коши: (6б)

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 2(u_{xx} + u_{yy}), \\ u(0, x, y) &= 2x^2 - y^2, \quad u_t(0, x, y) = 2x^2 + y^2 \end{aligned}$$

5. Корректна ли по Адамару (сформулировать определение) следующая задача: ( $1б+4б=5б$ )

$$\begin{aligned} u_{tt} &= a^2 u_{xx} + u_x, \quad (t, x) \in (0, 1) \times (0, \frac{\pi}{2}), \\ u(0, x) &= \cos x, \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}], \\ u(t, 0) &= e^t, \quad u(t, \frac{\pi}{2}) = e^t - 1, \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}]. \end{aligned}$$


---